

Fiche 2

Discriminant & racines

Exercice 1

Pour chacune des équations ci-dessous déterminer le nombre de solutions.

1. $x^3 - 4x - 12 = 0$
2. $-2x^2 + 4x - 1 = 0$
3. $x^2 - x + 1 = 0$

Exercice 2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $-2x^2 + x - 1 = 0$
2. $2x^2 - 2x - 1 = 0$
3. $5x^2 - 3x = 2$
4. $x(2x - 1) = 1$
5. $x^2 = 2x^2 - 5x - 1$
6. $-x + 3x^2 - 1 = 0$
7. $x^2 + 23x + 3 = 0$
8. $-3x^2 + x = -\frac{1}{4}$
9. $2x(5 + 2x) = 9 - 2x$

Forme factorisée et tableau de signes

Exercice 3

Déterminer si possible la forme factorisée des fonctions du second degré suivantes :

$$\begin{array}{ll} f(x) = 3x^2 + 5x - 4 & h(x) = 7x^2 - 4x + 9 \\ g(x) = 4x^2 - 3 & i(x) = 4x^2 - 12x + 9 \end{array}$$

Exercice 4

Dresser le tableau de signe des fonctions du second degré suivantes :

$$\begin{array}{ll} f(x) = 3x^2 + 5x - 4 & h(x) = 7x^2 - 4x + 9 \\ g(x) = 4x^2 - 3 & i(x) = 4x^2 - 12x + 9 \end{array}$$

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$$\begin{array}{ll} f(x) = 3x^2 + 5x - 4 > 0 & i(x) = 2x^2 - 12x + 9 \geq 16 \\ g(x) = -4x^2 - 3x < -8 & \end{array}$$

Exercices d'approfondissement

Exercice 6

Le bénéfice (en millier d'euros) d'une entreprise est modélisé par la fonction f définie sur $[0;3]$, par

$$f(x) = -2x^2 + 5x - 2,$$

où x représente le nombre d'objets fabriqués et vendus, en centaine.

1. Donner les formes factorisée et canonique de $f(x)$.
2. En exploitant la forme la plus appropriée de $f(x)$, donner :
 - (a) les quantités d'objets fabriqués et vendus pour lesquelles le bénéfice est positif ;
 - (b) le bénéfice maximal ;
 - (c) les quantités d'objets fabriqués et vendus sachant que l'entreprise a perdu 2000 €.

Exercice 7 Lancer de javelot

Une athlète lance un javelot à l'instant $t = 0$. La hauteur $h(t)$, en mètre, à l'instant t , en seconde, du centre de gravité est :

$$h(t) = -\frac{1}{2}t^2 + 8t + 2.$$

La hauteur est mesurée à partir du sol.

1. À quel instant le javelot est-il au plus haut ?
2. Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 32 m ? À quels instants ?
3. Le javelot atteindra-t-il une hauteur de 35 m ?
4. À quel instant le javelot touchera-t-il le sol ?

Exercice 8 Modéliser

Le champ d'un agriculteur est un rectangle deux fois plus long que large. Si l'on ajoute 5 mètres à sa longueur et 20 mètres à sa largeur, on obtient une parcelle rectangulaire dont l'aire est un hectare, soit 10000 m².

- Quelle est la superficie de ce champ ?