

Suites - Arithmétiques et géométriques

Exercice 1

1. Donner la relation entre u_{n+1} et u_n sachant qu'à chaque étape :
 - (a) on double ;
 - (b) u_n augmente de 3,5 ;
 - (c) u_n augmente de 15 % ;
 - (d) u_n diminue de 50 ;
 - (e) u_n diminue de 3 % ;
 - (f) u_n diminue de 12,4 %.
2. Dans chaque cas, indiquer s'il s'agit d'une suite arithmétique ou géométrique et donner la relation de récurrence.

Exercice 2 

```

1   u = -4
2   for i in range(n):
3       u = u + 3

```

```

1   v = 600
2   for i in range(n):
3       v = 1.25*v

```

```

1   w= 0
2   for i in range(n):
3       w = i + 2*v

```

1. Indiquer le premier terme et la relation de récurrence de chacune de ces suites.
2. Si possible, donner la nature de la suite.

Exercice 3

Reconnaitre parmi les suites suivantes celles qui sont arithmétiques, géométrique et préciser alors leur premier terme et leur raison.

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) $u_n = -2 + 3n$. | e) $u_n = 3n$. |
| b) $u_n = \frac{1}{2}n$. | f) $u_n = 2n - 4$. |
| c) $u_n = n + \frac{5}{2}$. | g) $u_n = \frac{3n^2}{n}$. |
| d) $u_n = \frac{3}{n}$. | h) $u_n = 3n^2$. |

Exercice 4 Forme explicite

1. Pour les suites arithmétiques suivantes, exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_8 .

- | | |
|---|--|
| a) $u_0 = 5$
et $r = 3$ | d) $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{3}{2} \end{cases}$ |
| b) $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = u_n - 1 \end{cases}$ | e) $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n + \frac{5}{4} \end{cases}$ |
| c) $u_0 = 3$
et $r = \frac{1}{8}$ | f) $u_1 = 1$
et $r = 2$. |

Exercice 5 Forme explicite

1. Pour les suites géométriques suivantes (premier terme et raison donnés), exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_5 .

- | | |
|--------------------------------|---|
| a) $u_0 = 3$
et $q = 2$. | d) $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n \end{cases}$ |
| b) $u_0 = -5$
et $q = -1$. | e) $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$ |
| c) $u_0 = -2$
et $q = -3$. | |

Exercice 15 p.31

1. Pour les suites arithmétiques suivantes dont on donne le premier terme et la raison, exprimer le terme général u_n en fonction de n puis calculer u_8 .

- a. $u_0 = 5$ et $r = -1$. b. $u_0 = -2$ et $r = \frac{1}{2}$.
 c. $u_0 = 3$ et $r = -\frac{5}{4}$. d. $u_1 = 1$ et $r = 2$.

2. Dans un repère $(O; I, J)$, représenter les neuf premiers termes de chaque suite.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 17 p.31

Reconnaitre parmi les suites définies ci-dessous celles qui sont arithmétiques et préciser alors leur premier terme, leur raison et leur formule explicite.

- a. $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = u_n + 2n \end{cases}$ b. $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = 2u_n + 1 \end{cases}$
 c. $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 1,5 + u_n \end{cases}$ d. $\begin{cases} u_1 = -6 \\ u_{n+1} = u_n - 2 \end{cases}$

21

ALGO

On considère la suite arithmétique (u_n) dont chaque terme s'obtient grâce à l'algorithme suivant.

```
1 def suite(n):
2     u=10
3     for k in range(1,n+1):
4         u=u+4
5     return u
```

- Préciser le premier terme u_0 et la raison.
- En déduire la formule explicite de u_n .
- a. En résolvant une inéquation, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geq 1000$.
- Modifier la fonction Python précédente pour qu'elle réponde à la question 3. a.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 22 p.31

1. Pour les suites géométriques suivantes dont on donne le premier terme et la raison, exprimer le terme général u_n en fonction de n puis calculer u_5 .

- a. $u_0 = 3$ et $q = 2$. b. $u_0 = 10$ et $q = \frac{1}{2}$.
 c. $u_0 = -2$ et $q = -3$. d. $u_1 = 2$ et $q = 3$.

2. **CALCULATEUR** À la calculatrice, représenter graphiquement les 10 premiers termes de chaque suite.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 23 p.31

Reconnaitre parmi les suites définies sur \mathbb{N} ci-dessous celles qui sont géométriques et préciser alors leur premier terme et leur raison.

- a. $u_n = 4 + n \times 4$ b. $u_n = 3 \times (-2)^n$
 c. $u_n = \frac{2^n}{3}$ d. $u_n = (\sqrt{2})^n$
 e. $u_n = 3^{n+2}$ f. $u_n = 2 \times n^3$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 24 p.31

Reconnaitre parmi les suites définies ci-dessous celles qui sont géométriques et préciser alors leur premier terme, leur raison et leur formule explicite.

- a. $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = 2u_n \end{cases}$ b. $\begin{cases} u_1 = 100 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{5} \end{cases}$
 c. $\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = -u_n \end{cases}$ d. $\begin{cases} u_1 = 10 \\ u_{n+1} = -\frac{1}{u_n} \end{cases}$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 25 p.32

- 25 1. On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 1000$ et de raison 0,2. Déterminer u_7 .
 2. On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 2$ et tout entier naturel n , $v_{n+1} = -4v_n$. Déterminer v_5 .

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 21 p.31

Exercice 28 p.35

I En informatique, on appelle pourcentage de compression, le pourcentage de réduction de la taille en Ko (kilo octets) d'un fichier après compression.

- Un fichier a une taille initiale de 800 Ko. Après compression, il mesure 664 Ko. Montrer que le pourcentage de compression est de 17 %.
- On note t_n la taille en Ko du fichier après n compressions successives au pourcentage de compression de 17 %. On a $t_0 = 800$.
 - Exprimer t_{n+1} en fonction de t_n .
 - Exprimer t_n en fonction de n .
- CALCULATEUR** En utilisant la calculatrice ou un tableur, déterminer le nombre minimum de compressions successives à effectuer pour que le fichier ait une taille finale inférieure à 50 Ko.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 49 p.34 ★★

49 On considère deux suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} \text{ et } v_n = \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2}.$$

1. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = u_n + v_n$. Montrer que la suite (w_n) est géométrique. Préciser son premier terme et sa raison ainsi que son sens de variation.

2. Soit (t_n) la suite définie par $t_n = u_n - v_n$. Montrer que la suite (t_n) est arithmétique. Préciser son premier terme et sa raison ainsi que son sens de variation.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 74 p.38 ★★

74 Calculer, raisonner

(u_n) est la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{u_n}{3u_n + 1}$.

On admet que, pour tout entier naturel n , $u_n \neq 0$.

La suite (v_n) est définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{u_n}$.

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 puis v_1 , v_2 et v_3 .

2. Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique.

3. En déduire l'expression de v_n en fonction de n puis celle de u_n en fonction de n .

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 54 p.34 ★★

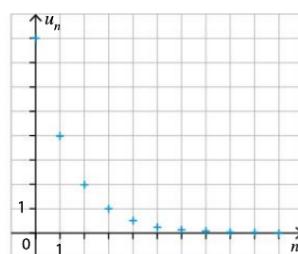
54 Actualisation d'un capital**Chercher**

On souhaite obtenir un capital de 100 000 € dans 15 ans.

- De quel capital doit-on disposer aujourd'hui sachant qu'on pense le placer à intérêts composés au taux annuel de 3 % ?

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 46 p.33

46 Le graphique ci-dessous est la représentation graphique d'une suite (u_n) définie pour tout entier naturel n .

1. La suite (u_n) semble-t-elle admettre une limite ?
2. La suite (u_n) pourrait-elle être arithmétique ou géométrique ?
3. Conjecturer une expression de u_{n+1} en fonction de u_n et une expression de u_n en fonction de n .

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 37 p.32

37 Une maison est louée depuis exactement 10 ans. La 1^{re} année, le loyer mensuel s'élevait à 900 €. Puis, chaque année suivante, ce montant a augmenté de 1 %.

- Calculer la somme totale (au centime d'euro près) représentant l'ensemble des loyers au cours de ces 10 années.

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 34 p.32

34 Une entreprise décide de soutenir une association caritative par des dons mensuels.

Le premier mois, l'entreprise fait un don de 1 €, et chaque mois, elle fait un don de 1 € supplémentaire.

- Quelle somme totale l'association aura-t-elle reçue de l'entreprise au bout de 10 ans ?

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 33 p.32

33 1. Calculer $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{10}$.

2. **ALGO** Retrouver le résultat de la question 1 en programmant l'algorithme suivant après l'avoir complété.

```
S ← 0
Pour k allant de ... à ... faire
    S ← ...
Fin Pour
```

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 32 p.32

31 Calculer, modéliser

1. Calculer les sommes suivantes.

a. $1 + 2 + 3 + \dots + 1\ 000$

b. $501 + 502 + 503 + \dots + 1\ 000$

2. **ALGO** Retrouver les résultats de la question 1 en programmant l'algorithme suivant après l'avoir complété.

```
S ← 0
Pour k allant de ... à ... faire
    S ← ...
Fin Pour
```

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 31 p.32

32 Calculer, modéliser

Calculer les sommes suivantes.

a. $1 + 0,5 + 0,5^2 + \dots + 0,5^{12}$

b. $1 + 1,5 + 1,5^2 + \dots + 1,5^8$

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 57 p.35

Forage d'un puits**Modéliser**

Un artisan propose de réaliser le forage d'un puits selon le tarif suivant : le 1^{er} mètre foré coûte 100 euros, le 2^e coûte 110 euros, le 3^e coûte 120 euros, ... chaque mètre supplémentaire coûtant 10 euros de plus que le précédent.

1. Quel est le coût du 15^e mètre foré ?

2. Un particulier veut faire réaliser un forage de 15 mètres dans son jardin. Combien va-t-il payer ?

source : Barbazo - 1ère Spécialité

Exercice 58 p.35

Calculer la somme des 10 premiers termes de la suite :

source : Barbazo - 1ère Spécialité

- 1. arithmétique de 1^{er} terme 8 et de raison –3.**
- 2. géométrique de 1^{er} terme 64 et de raison 0,5.**
- 3. arithmétique de 1^{er} terme –2 et de raison $\frac{1}{5}$.**
- 4. géométrique de 1^{er} terme –2 et de raison $\frac{1}{5}$.**