Rappels

- R1 : Le coefficient multiplicateur lié à une **hausse** de $t\%$ est $1+\frac{t}{100}$ et celui lié à une **baisse** de $t\%$ est $1-\frac{t}{100}$
- R2 : : Une suite (U_n) est de nature géométrique s'il existe un nombre réel q fixé, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
$$U_{n+1} = q \times U_n$$
- R3 : : Soit (U_n) une suite géométrique alors :
  — $U_n = U_0 \times q^n$
  — $U_n = U_1 \times q^{n-1}$
- R4 : : Soit (U_n) une suite géométrique de raison q, alors :
  — Si $U_0 > 0$
    • Si $0 < q < 1$, (U_n) est **décroissante**,
    • Si $q < 1$, (U_n) est **croissante**.
  — Si $U_0 < 0$
    • Si $0 < q < 1$, (U_n) est **croissante**,
    • Si $q < 1$, (U_n) est **décroissante**.
- R5 : Soit (U_n) une suite géométrique alors $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ la somme des n+1 premières termes de la suite est :
$$S_n = U_0 \times \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$
- R6 : : Une suite (V_n) est de nature arithmétique s'il existe un nombre réel r fixé, tel que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
$$V_{n+1} = V_n + r$$
- R7 : : Soit (V_n) une suite arithmétique alors :
  — $V_n = V_0 + n \times r$
  — $V_n = V_1 + (n-1) \times r$
- R8 : : Soit (V_n) une suite arithmétique alors :
  — Si $r < 0$, (U_n) est **décroissante**,
  — Si $r > 0$, (U_n) est **croissante**.

]

- R9 : Soit (V_n) une suite arithmétique alors $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ la somme des $n+1$ premières termes de la suite est :
$$S_n = (n+1)\frac{V_0 + V_n}{2}$$

Exercice 1 ★

Lors du lancement d'un hebdomadaire, 1 200 exemplaires ont été vendus.
Une étude de marché prévoit une progression des ventes de 2% chaque semaine.
On modélise le nombre d'hebdomadaires vendus par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de journaux vendus durant la n-ième semaine après le début de l'opération.
On a donc $u_0 = 1200$.

1. Calculer le nombre u_2. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Écrire, pour tout entier naturel n, l'expression de u_n en fonction de n.
3. Voici un programme rédigé en langage Python :

```python
def suite():
    u = 1200
    S = 1200
    n = 0
    while S < 30000:
        n = n + 1
        u = u * 1.02
        S = S + u
    return(n)
```

Le programme retourne la valeur 20.
Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

4. Déterminer le nombre total d'hebdomadaires vendus au bout d'un an.

Exercice 2 ★

L'exercice contient 2 parties indépendantes

Partie A

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 de premier terme $u_0 = 0,2$.

1. Calculer u_{18} puis u_{50}.
2. Calculer $u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots + u_{18}$, c'est-à-dire la somme des 19 premiers termes de la suite (u_n)
3. Recopier et compléter les trois parties en pointillé de l'algorithme suivant permettant de déterminer le plus petit entier n tel que la somme des $n+1$ premiers termes de la suite u dépasse 100 000.

```
U ← 0,2
S ← 0,2
N ← 0
Tant que ................
        U ← ................
        S ← ................
        N ← N + 1
Fin tant que
Afficher N
```

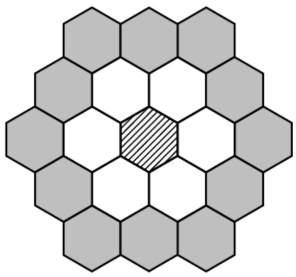
Partie B

Claude a donné 20 centimes d'euros (soit 0,20 €) à son petit-enfant Camille pour sa naissance. Ensuite, Claude a doublé le montant offert d'une année sur l'autre pour chaque anniversaire jusqu'aux 18 ans de Camille.

La somme totale versée par Claude à Camille permet-elle de payer un appartement à Angers d'une valeur de 100 000 € ?

Exercice 3 ★★

Un artisan commence la pose d'un carrelage dans une grande pièce. Le carrelage choisi a une forme hexagonale. L'artisan pose un premier carreau au centre de la pièce puis procède en étapes successives de la façon suivante :



1. à l'étape 1, il entoure le carreau central, à l'aide de 6 carreaux et obtient une première forme.
2. à l'étape 2 et aux étapes suivantes, il continue ainsi la pose en entourant de carreaux la forme précédemment construite.

On note u_n le nombre de carreaux ajoutés par l'artisan pour faire la n-ième étape $(n \geq 1)$. Ainsi $u_1 = 6$ et $u_2 = 12$.

1. Quelle est la valeur de u_3 ?
2. On admet que la suite (u_n) est arithmétique de raison 6. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Combien l'artisan a-t-il ajouté de carreaux pour faire l'étape 5 ?
4. Combien a-t-il alors posé de carreaux au total lorsqu'il termine l'étape 5 (en comptant le carreau central initial) ?
5. On pose $S_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$. Montrer que $S_n = 6(1+2+3+\cdots+n)$ puis que $S_n = 3n^2 + 3n$.
6. Si on compte le premier carreau central, le nombre total de carreaux posés par l'artisan depuis le début, lorsqu'il termine la n-ième étape, est donc $3n^2 + 3n + 1$.
   À la fin de sa semaine, l'artisan termine la pose du carrelage en collant son 2 977e carreau. Combien a-t-il fait d'étapes ?