

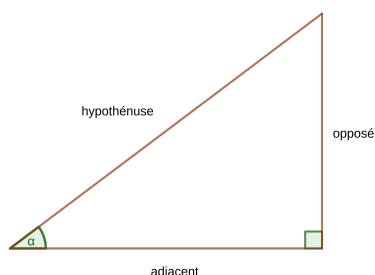
Partie 2 : Cosinus et sinus

Rappel : Cosinus, sinus et tangente dans le triangle rectangle

Les formules trigonométriques dans les triangles



- $\cos(\alpha) = \frac{\text{adjacent}}{\text{hypothénuse}}$
- $\sin(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{hypothénuse}}$
- $\tan(\alpha) = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}}$

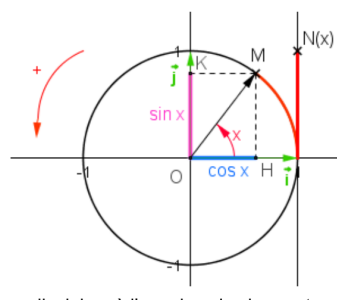


Cosinus, sinus dans le cercle trigonométrique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et orienté dans le sens direct, on considère un cercle trigonométrique de centre O .

Pour tout nombre réel x , considérons le point N de la droite orientée d'abscisse x . À ce point, on fait correspondre un point M sur le cercle trigonométrique.

On appelle H et K les pieds respectifs des perpendiculaires à l'axe des abscisses et à l'axe des ordonnées passant par M .



Définition

Cosinus & sinus

- Le cosinus du nombre réel x est l'abscisse de M et on note $\cos x$.
- Le sinus du nombre réel x est l'ordonnée de M et on note $\sin x$.

Propriétés

Propriétés

1. $-1 \leq \sin x \leq 1$ et $-1 \leq \cos x \leq 1$
2. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$
3. $\sin(-x) = -\sin x$ et $\cos(-x) = \cos x$
4. $\cos(x) = \cos(x + 2k\pi)$ où k entier relatif
5. $\sin(x) = \sin(x + 2k\pi)$ où k entier relatif



Remarque

$(\sin x)^2$ se note $\sin^2 x$. et $(\cos x)^2$ se note $\cos^2 x$.

Démonstration

1. Le cercle trigonométrique est de rayon 1 donc $-1 \leq \sin x \leq 1$ et $-1 \leq \cos x \leq 1$
2. Dans le triangle OHM rectangle en H, le théorème de Pythagore permet d'établir que $\cos^2 x + \sin^2 x = OM^2 = 1$.
3. Les angles de mesures x et $-x$ sont symétriques par rapport à l'axe des abscisses donc : $\sin(-x) = -\sin x$ et $\cos(-x) = \cos x$.
4. Aux points de la droite orientée d'abscisses x et $x + 2k\pi$ ont fait correspondre le même point du cercle trigonométrique.

Valeurs remarquables des fonctions sinus et cosinus

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

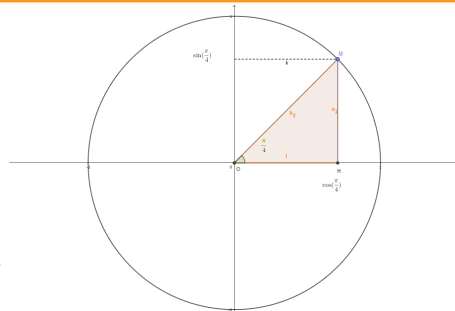


A faire :

Démontrer que $\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Aides :

- Convertir $\frac{\pi}{4}$ en degré.
- Quelle est la nature du triangle OMH
- Que peut-on en déduire pour les longueurs OH et HM



Correction en vidéo :



Propriété

Pour tout nombre réel x , on a :

- $\cos(\pi + x) = -\cos x$ et $\sin(\pi + x) = -\sin x$
- $\cos(\pi - x) = -\cos x$ et $\sin(\pi - x) = \sin x$
- $\cos(\frac{\pi}{2} + x) = -\sin x$ et $\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x$
- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin x$ et $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos x$



Lire les valeurs de cosinus et sinus sur le cercle trigonométrique



A faire :

- Exercice 13
- Exercice 15
- Exercice 22
- Exercice 39